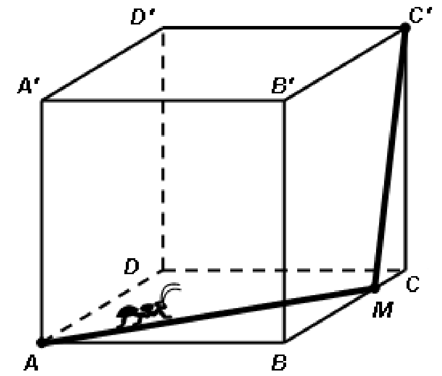
2008

1. O furnicuță vrea să ajungă din vârful A al cubului de latură $\ell = 5cm$, prezentat în figura alăturată, până în vârful C' pe drumul cel mai scurt. Ea se mişcă rectiliniu în planul orizontal $ABCD$ cu viteză constantă, din A până într-un punct M de pe muchia BC şi apoi tot rectiliniu în planul vertical $BCC'B'$ din M până în C', dar, de teamă să nu lunece, cu o viteză egală cu jumătate din valoarea vitezei cu care s-a mişcat pe porțiunea AM.



a. Realizați pe foaia de concurs un desen ale cărui dimensiuni să fie cele precizate în textul problemei, pe care să puteți identifica şi stabili poziția punctului M de pe muchia BC, astfel încât lungimea drumului din A în C' parcurs de furnicuță să fie cel mai mic posibil.

b. Măsurați cu rigla gradată pe desenul realizat la punctual **a.** lungimea drumurilor AM şi MC' parcurse de furnicuță, notați rezultatele măsurătorilor şi calculați drumul minim parcurs din A în C'.

c. Folosind rezultatele măsurătorilor de la punctul **b.** , determinați vitezele pe cele două porțiuni de drum şi viteza medie cu care s-a deplasat furnicuța, ştiind că a parcurs drumul minim din A în C' în timpul $t = 2{,}8s$.

a. Pentru reprezentarea celor două pătrate cu laturile de $5cm$ în acelaşi plan **(2 puncte)**

Pentru identificarea punctului M ca mijlocul segmentului BC, în cazul drumului minim AMC' **(0,5 puncte)**

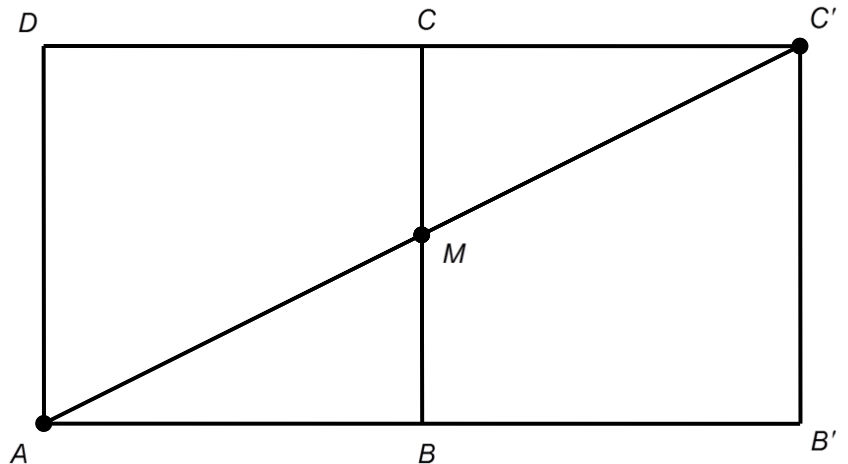
Pentru precizarea că orice alt drum este mai mare decât acesta **(1 punct)**

b. Pentru măsurarea drumurilor:

$d_{AM} \approx 5{,}6cm$ **(0,5 puncte)**

$d_{MC'} \approx 5{,}6cm$ **(0,5 puncte)**

$d_{\min} = d_{AM} + d_{MC'} \approx 11{,}2cm$ **(0,5 puncte)**



c. Pentru:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{d_{\min}/2}{v} + \frac{d_{\min}/2}{v/2} = \frac{3d_{\min}}{2v}$$

(2 puncte)

Pentru:

$$v = \frac{3d_{\min}}{2t} \approx 6\,cm/s$$ **(1 punct)**

Pentru:

$$v/2 = \frac{3d_{\min}}{4t} \approx 3\,cm/s$$ **(0,5 puncte)**

Pentru:

$$v_m = \frac{d_{\min}}{t} \approx 4\,cm/s$$ **(0,5 puncte)**

2. a. Un elev are la dispoziție un vas cu capacitatea de 12ℓ plin ochi cu apă şi două vase goale cu capacitățile de 9ℓ şi respective 7ℓ. Descrieți modul în care a procedat elevul pentru a separa exact 1ℓ de apă, necesar pentru un experiment, folosind numai cele trei vase.

b. Volumul de apă $V = 1\ell$ este repartizat în alte două vase identice A şi B. Dacă în apa din vasul A se cufundă un corp metalic, nivelul apei în acest vas ajunge la o înălțime egală cu jumătate din înălțimea la care se află nivelul apei în vasul B. Dacă se mai cufundă în apa din vasul A încă 7 corpuri metalice, identice cu primul, nivelul apei din acest vas egalează nivelul apei din vasul B. Aflați volumele apei din fiecare din cele două vase şi volumul unui corp metallic.

a.

Operația	Vasul de 12ℓ plin inițial	Vasul de 9ℓ gol inițial	Vasul de 7ℓ gol inițial	Punctaj
1	3ℓ → 9ℓ →	9ℓ	0ℓ	**0,5 puncte**
2	3ℓ	2ℓ → 7ℓ →	7ℓ	**0,5 puncte**
3	10ℓ ← 7ℓ ←	2ℓ	0ℓ	**1 punct**
4	10ℓ	0ℓ → 2ℓ →	2ℓ	**1 punct**
5	1ℓ → 9ℓ →	9ℓ	2ℓ	**1 punct**

b. $V_A + V_B = V$ **(0,5 puncte)**

$V_A + v = V_B/2$ **(1 punct)**

$V_A + 8v = V_B$ **(1 punct)**

$7v = V_B/2 \Rightarrow V_B = 14v$ **(0,5 puncte)**

$V_A = 6v$ **(0,5 puncte)**

$20v = V \Rightarrow v = V/20 = 0{,}05dm^3$ **(0,5 puncte)**

$V_A = 0{,}3\ell$ **(0,5 puncte)**

$V_B = 0{,}7\ell$ **(0,5 puncte)**

3. Un biciclist pleacă din localitatea A către localitatea B cu viteza $v_1 = 15\,km/h$. În acelaşi moment, din localitatea B pleacă către localitatea A un motociclist cu viteza $v_2 = 75\,km/h$ care întâlneşte biciclistul, îşi continuă drumul, ajunge în A, se întoarce imediat către localitatea B şi ajunge din urmă biciclistul la distanța $d = 45km$ de A.
a. Aflați distanța dintre localitățile A şi B.
b. Aflați locul şi momentul primei întâlniri dintre biciclist şi motociclist.
c. Reprezentați graficele mişcărilor biciclistului şi motociclistului într-un sistem de coordonate cu originea în localitatea A.

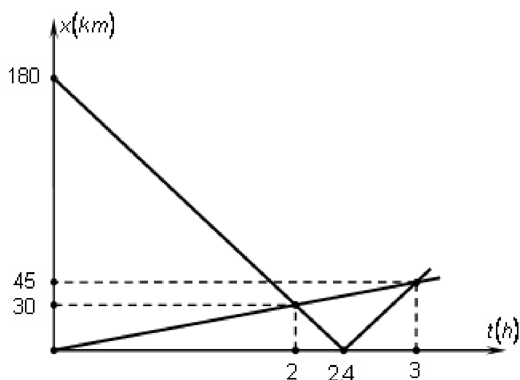
a. $t_2 = \dfrac{d}{v_1} = \dfrac{d+D}{v_2}$ **(2 puncte)**

$D = d \cdot \left(\dfrac{v_2}{v_1} - 1\right) = 180m$ **(1 punct)**

b. $v_1 t_1 + v_2 t_1 = D$ **(1 punct)**

$t_1 = \dfrac{D}{v_1 + v_2} = 2h$ **(1 punct)**

$d_1 = v_1 t_1 = 30km$ **(1 punct)**



Reprezentarea legii mişcării biciclistului **(1 punct)**
Reprezentarea legii mişcării motociclistului **(2 puncte)**